

14.5, number 9: Let $f(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2} + \ln(xyz)$ and $P = (-1, 2, -2)$. Find $(\vec{\nabla} f)|_P$.

Answer:

$$\begin{aligned}(\vec{\nabla} f)|_P &= (f_x \vec{i} + f_y \vec{j} + f_z \vec{k})|_P \\&= \left((-1/2)(x^2 + y^2 + z^2)^{-3/2}(2x\vec{i} + 2y\vec{j} + 2z\vec{k}) + \frac{1}{x}\vec{i} + \frac{1}{y}\vec{j} + \frac{1}{z}\vec{k} \right) \Big|_{(-1, 2, -2)} \\&= (-1/2)(1 + 4 + 4)^{-3/2}(-2\vec{i} + 4\vec{j} - 4\vec{k}) - \vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j} - \frac{1}{2}\vec{k} \\&= \frac{-1}{54}(-2\vec{i} + 4\vec{j} - 4\vec{k}) - \vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j} - \frac{1}{2}\vec{k} \\&= \boxed{\frac{1}{54}(-52\vec{i} + 23\vec{j} - 23\vec{k})}\end{aligned}$$